Materia: Investigación Operativa
Tema: PPL – Simplex 1º parte

3) Para cada uno de los siguientes problemas, construir uno equivalente con restricciones de igualdad.

a) Max $z = 2.x_1 + 2.x_2$ sujeto a $\begin{cases} 2.x_1 + 3.x_2 \le 6 \\ 4.x_1 + 3.x_2 \le 8 \\ x_1 \ge 0,\ \ x_2 \ge 0 \end{cases}$

Max $z = 2.x_1 + 2.x_2 + 0.S_1 + 0.S_2$ sujeto a $\begin{cases} 2.x_1 + 3.x_2 + S_1 = 6 \\ 4.x_1 + 3.x_2 + S_2 = 8 \\ x_1 \ge 0,\ \ x_2 \ge 0 \end{cases}$

5) En cada uno de los siguientes problemas, dé los valores de las soluciones viables básicas, indicando si es la optima. En caso de no serlo, obtenga la nueva tabla:

a)

Cj	10	8	6	5	0	0	0	
	x_1	x_2	x_3	x_4	S_1	S_2	S_3	b
	0	11	−10	−12	1	0	0	130
	1	−2	3	4	0	1	0	15
	0	4	0	3	0	0	1	20

cj	10	8	6	5	0	0	0		
ci	x_1	x_2	x_3	x_4	S_1	S_2	S_3	b	b / a
0	0	11	−10	−12	1	0	0	130	≅11,8
10	1	−2	3	4	0	1	0	15	
0	0	4	0	3	0	0	1	20	5 ←
zj	10	−20	30	40	0	10	0	**150**	
zj − cj	0	−28	24	35	0	10	0		
		↑					↓		

$SV_0 = (15;0;0;0;130;0;20) \Rightarrow z = 10.15 + 8.0 + 6.0 + 5.0 = 150$

cj	10	8	6	5	0	0	0	
ci	x_1	x_2	x_3	x_4	S_1	S_2	S_3	b
0	0	0	−10	−81/4	1	0	−11/4	75
10	1	0	3	11/2	0	1	1/2	25
8	0	$\underline{1}$	0	3/4	0	0	1/4	5
zj	10	8	30	61	0	10	7	**290**
zj − cj	0	0	24	56	0	10	7	

$SV_1 = (25;5;0;0;75;0;0) \Rightarrow z = 10.25 + 8.5 + 6.0 + 5.0 = 290$, solución optima.

6) Dados los siguientes PPL de maximización, resolver aplicando el método simples:

a) Max $z = 5.x_1 + 7.x_2 + 2.x_3$ sujeto a $\begin{cases} x_1 + x_2 + 3.x_3 \le 35 \\ 2.x_1 + x_2 + x_3 \le 40 \\ x_1 + 2.x_2 + x_3 \le 50 \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0,\ x_3 \ge 0 \end{cases}$

cj	5	7	2	0	0	0		
ci	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	b	b / a
0	1	1	3	1	0	0	35	35
0	2	1	1	0	1	0	40	40
0	1	2	1	0	0	1	50	25 $\leftarrow$
zj	0	0	0	0	0	0	**0**	
zj – cj	– 5	– 7	– 2	0	0	0		
		$\uparrow$				$\downarrow$		

$SV_0 = (0;0;0;35;40;50) \Rightarrow z = 5.0 + 7.0 + 2.0 = 0$

cj	5	7	2	0	0	0		
ci	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	b	b / a
0	1/2	0	5/2	1	0	–1/2	10	20
0	3/2	0	1	0	1	–1/2	15	10 $\leftarrow$
7	1/2	$\underline{1}$	1/2	0	0	1/2	25	50
zj	7/2	7	7/2	0	0	7/2	**175**	
zj – cj	– 3/2	0	3/2	0	0	1/2		
	$\uparrow$				$\downarrow$			

$SV_1 = (0;25;0;10;15;0) \Rightarrow z = 5.0 + 7.25 + 2.0 = 175$

cj	5	7	2	0	0	0		
ci	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	b	
0	0	0	13/6	1	–1/3	–1/3	5	
5	$\underline{1}$	0	2/3	0	2/3	–1/3	10	Optima.
7	0	1	1/6	0	–1/3	2/3	20	
zj	5	7	9/2	0	1	3	**190**	
zj – cj	0	0	5/2	0	1	3		

$SV_2 = (10;20;0;5;0;0) \Rightarrow z = 5.10 + 7.20 + 2.0 = 190$

b) Max $z = 4.x_1 + 4.x_2 + 7.x_3$ sujeto a $\begin{cases} 6.x_1 + 6.x_2 + 10.x_3 \geq 21 \\ 5.x_1 + 7.x_2 + 5.x_3 \leq 19 \\ x_1 \geq 0,\ \ x_2 \geq 0,\ \ x_3 \geq 0 \end{cases}$

$$z = 4.x_1 + 4.x_2 + 7.x_3 + 0.S_1 + 0.S_2 - P.A_1, \begin{cases} 6.x_1 + 6.x_2 + 10.x_3 - S_1 + A_1 = 21 \\ 5.x_1 + 7.x_2 + 5.x_3 + S_2 = 19 \\ x_1 \geq 0,\ \ x_2 \geq 0,\ \ x_3 \geq 0 \end{cases}$$

cj	4	4	7	0	0	$-P$		
ci	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	A_1	b	b / a
$-P$	6	6	10	-1	0	1	21	$21/6 \leftarrow$
0	5	7	5	0	1	0	19	$19/5$
zj	$-6.P$	$-6.P$	0	P	0	$-P$	**- 21.P**	
zj – cj	$-6.P-4$	$-6.P-4$	-7	P	0	0		

$$SV_0 = (0;0;0;0;19;21) \Rightarrow z = 4.0 + 4.0 + 7.0 - P.21 = -21.P$$

cj	4	4	7	0	0	$-P$		
ci	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	A_1	b	b / a
4	$\underline{1}$	1	$5/3$	$-1/6$	0	$1/6$	$7/2$	
0	0	2	$-10/3$	$5/6$	1	$-5/6$	$3/2$	$9/5 \leftarrow$
zj	4	4	$20/3$	$-2/3$	0	$2/3$	**14**	
zj – cj	0	0	$-1/3$	$-2/3$	0	$P+2/3$		

$$SV_1 = (7/2;0;0;0;3/2;0) \Rightarrow z = 4.\frac{7}{2} + 4.0 + 7.0 - P.0 = 14$$

cj	4	4	7	0	0	$-P$		
ci	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	A_1	b	b / a
4	1	$7/5$	1	0	$1/5$	0	$19/5$	$19/5 \leftarrow$
0	0	$12/5$	-4	$\underline{1}$	$6/5$	-1	$9/5$	
zj	4	$28/5$	4	0	0	0	**76/5**	
zj – cj	0	$8/5$	-3	0	0	0		

$$SV_2 = (19/5;0;0;16/5;0;0) \Rightarrow z = 4.\frac{19}{5} + 4.0 + 7.0 - P.0 = \frac{76}{5} = 15,2$$

ci \ cj	4	4	7	0	0	$-P$	
ci	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	A_1	b
7	1	7/5	$\underline{1}$	0	1/5	0	19/5
0	4	8	0	1	2	-1	17
zj	7	49/5	7	0	7/5	0	**133/5**
zj – cj	3	29/5	0	0	7/5	0	

Optima

$$SV_3 = (0;0;19/5;17;0;0) \Rightarrow z = 4.0 + 4.0 + 7.\frac{19}{5} - P.0 = \frac{133}{5}$$

c) Max $z = x_1 + x_2 + 3.x_3$ sujeto a $\begin{cases} 2.x_1 + x_2 + x_3 \le 20 \\ x_1 + 2.x_3 \le 24 \\ 2.x_1 + x_2 + 3.x_3 \le 30 \\ x_1 \ge 0,\ x_2 \ge 0,\ x_3 \ge 0 \end{cases}$

ci \ cj	1	1	3	0	0	0		
ci	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	b	b / a
0	2	1	1	1	0	0	20	20
0	1	0	2	0	1	0	24	12
0	2	1	3	0	0	1	30	10 ←
zj	0	0	0	0	0	0	**0**	
zj – cj	-1	-1	-3	0	0	0		
			↑			↓		

$$SV_0 = (0;0;0;20;24;30) \Rightarrow z = 1.0 + 1.0 + 3.0 = 0$$

ci \ cj	1	1	3	0	0	0		
ci	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	b	b / a
0	4/3	2/3	0	1	0	$-1/3$	10	15 ←
0	$-1/3$	$-2/3$	0	0	1	$-2/3$	4	
3	2/3	1/3	$\underline{1}$	0	0	1/3	10	30
zj	2	1	3	0	0	1	**30**	
zj – cj	1	0	0	0	0	1		
		↑			↓			

Optima.

$$SV_1 = (0;0;0;10;4;0) \Rightarrow z = 1.0 + 1.0 + 3.10 = 30$$

Se observa que no solo entró x_3 sino que también puede entrar x_2 (z_j-c_j=0, mantiene el funcional cte.).

cj	1	1	3	0	0	0		
ci	x_1	x_2	x_3	S_1	S_2	S_3	b	
1	2	$\underline{1}$	0	$3/2$	0	$-1/2$	15	
0	1	0	0	1	1	-1	24	Optima.
3	0	0	1	$-1/2$	0	$1/2$	5	
zj	2	1	3	0	0	1	**30**	
$zj-cj$	1	0	0	0	0	1		

$SV_2 = (0;15;5;0;24;0) \Rightarrow z = 1.0 + 1.15 + 3.5 = 30$

Solución general: $SO = (x_1; x_2; x_3) = \gamma.(0;0;10) + (1-\gamma).(0;15:5)$

d) Max $z = -x_1 - x_2$ sujeto a $\begin{cases} x_1 + 2.x_2 \geq 5 \\ 5.x_1 + 3.x_2 \geq 12 \\ x_1 \geq 0,\ \ x_2 \geq 0 \end{cases}$

cj	-1	-1	0	0	$-P$	$-P$		
ci	x_1	x_2	S_1	S_2	A_1	A_2	b	b / a
$-P$	1	2	-1	0	1	0	5	5
$-P$	5	3	0	-1	0	1	12	$12/5 \leftarrow$
zj	$-6.P$	$-5.P$	P	P	$-P$	$-P$	**- 17.P**	
$zj-cj$	$-6.P+1$	$-5.P+1$	P	P	0	0		
	$\uparrow$					$\downarrow$		

$SV_0 = (0;0;0;0;5;12) \Rightarrow z = -1.0 - 1.0 - P.5 - P.12 = -17.P$

cj	-1	-1	0	0	$-P$	$-P$		
ci	x_1	x_2	S_1	S_2	A_1	A_2	b	b / a
$-P$	0	$7/5$	-1	$1/5$	1	$-1/5$	$13/5$	$13/7 \leftarrow$
-1	$\underline{1}$	$3/5$	0	$-1/5$	0	$1/5$	$12/5$	4
zj	1	$-7.P/5-3/5$	P	$-P/5+1/5$	$-P$	$P/5-1/5$	**-13.P/5 - 12/5**	
$zj-cj$	0	$-7.P/5+2/5$	P	$-P/5+1/5$	0	$-4.P/5-1/5$		
		$\uparrow$				$\downarrow$		

$SV_1 = (12/5;0;0;0;13/5;0) \Rightarrow z = -1.\frac{12}{5} - 1.0 - P.\frac{13}{5} - P.0 = -\frac{12}{5} - \frac{13}{5}.P$

cj	-1	-1	0	0	$-P$	$-P$	
ci	x_1	x_2	S_1	S_2	A_1	A_2	b
-1	0	1	$-5/7$	$1/7$	$5/7$	$-1/7$	$13/7$
-1	1	0	$3/7$	$-2/7$	$-3/7$	$2/7$	$9/7$
zj	-1	-1	$2/7$	$1/7$	$-2/7$	$-1/7$	**- 22/7**
zj – cj	0	0	$2/7$	$1/7$	$P-2/7$	$P-1/7$	

$$SV_2=(9/7;13/7;0;0;0;0)\Rightarrow z=-1.\frac{9}{7}-1.\frac{13}{7}-P.0-P.0=-\frac{22}{7}$$

No tiene solución. (para que un PPL de maximización tenga solución tiene que tener por lo menos una restricción de menor).

$$\text{f) Max } z=2.x_1+3.x_2 \quad \text{sujeto a} \begin{cases} x_1+2.x_2\le 2 \\ 6.x_1+4.x_2\ge 24 \\ x_1\ge 0,\ x_2\ge 0 \end{cases}$$

cj	2	3	0	0	$-P$		
ci	x_1	x_2	S_1	S_2	A_2	b	b / a
0	1	2	1	0	0	2	$2\leftarrow$
$-P$	6	4	0	-1	1	24	4
zj	$-6.P$	$-4.P$	0	P	$-P$	**$-$ 24.P**	
zj – cj	$-6.P-2$	$-4.P-3$	0	P	0		
	$\uparrow$		$\downarrow$				

$$SV_0=(0;0;2;0;24)\Rightarrow z=2.0+3.0-P.24=-24.P$$

cj	2	3	0	0	$-P$	
ci	x_1	x_2	S_1	S_2	A_2	b
2	1	2	1	0	0	2
$-P$	0	-8	-6	-1	1	12
zj	2	$8.P+4$	$6.P+1$	P	$-P$	**$-$ 12.P + 4**
zj – cj	0	$8.P+1$	$6.P+1$	P	0	

$$SV_1=(2;0;0;0;12)\Rightarrow z=2.2+3.0-P.12=4-12.P$$

No hay solución porque no se elimina la variable ficticia.

i) Max $z = -8.x_1 + 3.x_2 - 6.x_3$ sujeto a $\begin{cases} x_1 - 3.x_2 + 5.x_3 = 4 \\ 5.x_1 + 3.x_2 - 4.x_3 \le 6 \\ x_1 \ge 0,\ \ x_2 \ge 0,\ \ x_3 \ge 0 \end{cases}$

	cj	-8	3	-6	0	$-P$		
ci		x_1	x_2	x_3	S_2	A_1	b	b / a
	$-P$	1	-3	5	0	1	4	$4/5 \leftarrow$
	0	5	3	-4	1	0	6	
	zj	$-P$	$3.P$		0	$-P$	$\mathbf{-4.P}$	
	zj – cj	$-P+8$	$3.P-3$	$-5.P+6$	0	0		
				$\uparrow$		$\downarrow$		

$SV_0 = (0;0;0;6;4) \Rightarrow z = -8.0 + 3.0 - 6.0 - P.4 = -4.P$

	cj	-8	3	-6	0	$-P$		
ci		x_1	x_2	x_3	S_2	A_1	b	
	-6	$1/5$	$-3/5$	$\underline{1}$	0	$1/5$	$4/5$	Optima
	0	$29/5$	$3/5$	0	1	$4/5$	$46/5$	
	zj	$-6/5$	$18/5$	-6	0	$-6/5$	$\mathbf{-24/5}$	
	zj – cj	$34/5$	$3/5$	0	0	$P-6/5$		

$SV_1 = (0;0;4/5;46/5;0) \Rightarrow z = -8.0 + 3.0 - 6.\frac{4}{5} - P.0 = -\frac{24}{5} = -4{,}8$